

УДК 658.783

**Виноградов Н.С., к.т.н., Фесенко Д.В., инж., Митина Т.С., магистр**

**АДИ ГВУЗ «ДонНТУ», г. Горловка**

## **ИССЛЕДОВАНИЕ СПРОСА В ПРОЦЕССЕ УПРАВЛЕНИЯ СКЛАДСКИМИ ЗАПАСАМИ**

*Показано, что процесс управления складскими запасами на предприятиях в сфере услуг зависит от спроса потребителя на продукцию. В связи с этим возникает необходимость в исследовании спроса и разработке модели его формирования. Предлагается стохастическая модель формирования спроса, критерием оптимальности которой являются затраты на хранение запаса. Предлагаемая модель позволяет учитывать влияние определенных факторов не только на спрос товара, но и влияние их друг на друга.*

### ***Введение***

Назначение складов в транспортном процессе заключается в преобразовании грузопотоков с изменением их параметров по величине, составу, времени и т.д.

Склад представляет собой достаточно сложную, с точки зрения структуры, систему взаимодействующих между собой элементов. Основными факторами, определяющими параметры складов, технологию их работы являются номенклатура, объем хранимой продукции, интенсивность поставок и расходования запаса [1].

Объем хранимой на складах продукции зависит во многом от спроса. Интенсивность поставок зависит от типа системы управления запасами. Своевременное удовлетворение возникающего спроса зависит от величины и ассортимента товаров на складах. Объемы спроса зависят, прежде всего, от уровня денежных доходов населения, то есть спрос является величиной случайной. Таким образом, на складе всегда должен быть запас товаров, то есть наличие товаров определенного объема и качества к моменту потребления.

Задачи определения рационального размера запасов, необходимых для эффективного функционирования предприятий, стоят перед всеми предприятиями, содержащими склады. Ущерб наносят и избыточные, и недостаточные запасы.

Таким образом, для бесперебойного и эффективного функционирования складов и предприятия в целом необходимо, чтобы размер запаса товара на складе был оптимальным, то есть не должно возникать дефицита или излишка продукции.

### ***Постановка проблемы***

На предприятиях в сфере услуг запасы относятся к числу объектов, требующих больших капиталовложений, и поэтому представляют собой один из факторов, определяющих политику предприятия и воздействующих на уровень обслуживания в целом.

Запасы являются важнейшим инструментом обеспечения баланса спроса и предложения на рынке. В связи с тем, что в цене товара значительную часть составляют издержки, связанные с нахождением его в форме запаса, одной из важнейших задач является максимальное сокращение этих издержек и времени пребывания материальных запасов на складе.

Задача управления запасами возникает, когда необходимо создать запас товара с целью удовлетворения спроса в заданном интервале времени.

Управление запасами состоит в разработке такой стратегии пополнения запасов и их расхода, при котором функция затрат принимает минимальное значение. Эта задача решается с использованием различных методов моделирования [2, 3].

Таким образом, оптимальное значение складского запаса может быть определено с применением вероятностных и других моделей оптимизации [1].

### *Анализ публикаций*

Любая модель, метод или методика призваны повысить эффективность системы управления запасами. Как показывают исследования [2, 3], чаще всего в существующих моделях критерием эффективности служат функции минимизации затрат, которые в дальнейшем обеспечивают максимальную прибыль. Реже применяют критерий стабильности обеспечения спроса.

Результаты анализа моделей управления запасами показали, что они направлены на минимизацию затрат на хранение. Но ни одна из таких моделей не учитывает одновременно влияния различных факторов не только на величину спроса, но и друг на друга, что очень существенно.

**Целью** данной работы является исследование спроса в процессе управления складскими запасами для бесперебойного и эффективного функционирования складского хозяйства в сфере услуг.

### *Основная часть*

В данной работе предполагаем управлять несколькими видами запасов. Поэтому такая задача относится к типу многономенклатурных [4]. Спрос на продукцию не известен заранее и является случайной величиной. Поэтому модель считается стохастической. В системе допускается недостаток продукции, поэтому модель относится к классу моделей с дефицитом. Целевая функция представляет собой затраты, понесённые в течение всего периода, на который планируется управлять запасами, и зависит от таких основных факторов:

- затраты, связанные с частотой поставки продукции;
- затраты, связанные с избытком продукции;
- затраты, связанные с дефицитом. В рассматриваемом случае отсутствуют прямые затраты от дефицита. Этот вид затрат косвенно можно учесть как упущенную прибыль.

Введём следующие обозначения:

$\ell$  – количество типов продукции;

$C$  — единовременные затраты, связанные с поставкой продукции (затраты на оформление документации и т. д.);

$n_{it}$  — объём продукции  $i$ -го вида, поставляемой в период  $t$ ;

$C_{1i}$  — затраты, связанные с хранением продукции  $i$ -го вида;

$r_{it}$  — спрос на продукцию  $i$ -го вида в период  $t$ ;

$C_{2it}$  — затраты, связанные с дефицитом продукции  $i$ -го вида в период  $t$  (в нашем случае цена на эту продукцию);

$k$  — число периодов, в течение которых планируется управление запасами;

$S_{об}$  — оборотные средства предприятия.

Существующий на сегодняшний день подход к решению задач управления запасами основан на предположении, что спрос является случайной величиной, причём закон распределения его не меняется со временем [4].

Затраты  $Z_1$ , связанные с хранением лишней продукции в период  $t$ , определяем как

$$Z_1 = \sum_{i=1}^{\ell} (n_{it} - r_{it}) \cdot C_{1i} . \quad (1)$$

Затраты  $Z_2$ , связанные с дефицитом, определим как

$$Z_2 = \sum_{i=1}^{\ell} (r_{it} - n_{it}) \cdot C_{2it} . \quad (2)$$

Поскольку предприятие не может выделить на покупку продукции средств больше, чем оборотные, то на переменные, входящие в выражения (1) и (2), накладываем ограничение

$$\sum_{i=1}^{\ell} n_{it} \cdot C_{it} \leq S_{об}. \quad (3)$$

Таким образом, учитывая выше сказанное, представим целевую функцию в следующем виде:

$$Z(t) = \begin{cases} C_{1i}(n_{it} + (n_{i,t-1} - r_{i,t-1}) - r_{it}), & \text{если } n_{i,t-1} \geq r_{i,t-1} \text{ и } n_{it} + (n_{i,t-1} - r_{i,t-1}) > r_{it}; \\ C_{2it}(r_{it} - n_{it} - (n_{i,t-1} - r_{i,t-1})), & \text{если } n_{i,t-1} \geq r_{i,t-1} \text{ и } r_{it} > n_{it} + (n_{i,t-1} - r_{i,t-1}), \end{cases} \quad (4)$$

где  $n_{i,t-1}$  — объём продукции  $i$ -го вида, поставленной в предыдущий период;

$r_{i,t-1}$  — спрос на продукцию  $i$ -го вида в предыдущем периоде.

Для оптимизации целевой функции накладываем условие

$$\sum Z(t) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Из выражения (4) видно, что целевая функция  $Z(t)$ , во-первых, может быть разбита на несколько целевых функций ( $Z_1, Z_2$ ), во-вторых, равна их сумме.

Спрос, учитываемый при расчётах, является случайной величиной. Анализ литературы показал, что существует три способа его определения.

1. Представить спрос в виде объёма продукции, потребление которого случайно распределено во времени по известным законам.

2. Построить эмпирическую функцию распределения.

3. Представить спрос в виде статистической зависимости от нескольких переменных.

Наиболее предпочтительным в данном случае является третий способ, так как спрос не является чисто случайной величиной, значение которой принципиально невозможно спрогнозировать. На спрос влияют следующие факторы: 1) новый вид товара; 2) объём (масса) упаковки; 3) имидж производителя; 4) качество товара; 5) упаковка; 6) цена товара; 7) спрос в предыдущем периоде; 8) цены на конкурирующие товары; 9) сезонность; 10) переменная времени. Используя методы ранговой корреляции, определили группы факторов: 1) доминирующие (цена товара, спрос в предыдущем периоде, цены на конкурирующие товары и сезонность); 2) существенные (качество товара, имидж производителя, упаковка); 3) несущественные (новый вид товара, объём (масса) упаковки). Диаграмма ранжирования факторов приведена на рис. 1.

Анализ исследований показал, что на спрос доминирующее влияние оказывают факторы первой группы:

1) сезонные колебания спроса (на потребление многих видов продукции, присутствующих в модели, накладывается сезонный тренд, поэтому введём в модель фиктивную переменную, учитывающую сезонные колебания спроса);

2) цена на данный товар;

3) спрос на данный товар в предыдущем периоде;

4) переменная времени (воздействие остальных факторов учтём введением переменной величины времени  $t$ );

5) цены на конкурирующие виды продукции.

Принимая во внимание такое количество факторов, моделируем спрос в виде регрессионной зависимости. Из-за большого количества включаемых в модель переменных упростим её, принимая во внимание, что воздействие цен на конкурирующие виды продукции учитываются переменной времени.

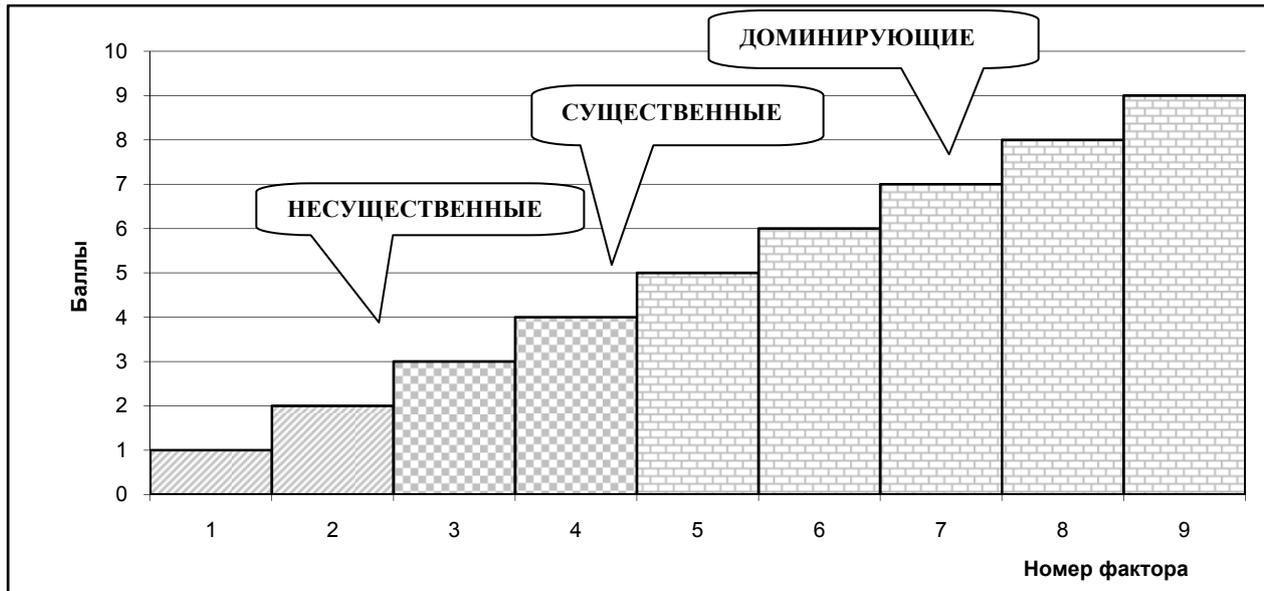


Рис. 1. Диаграмма ранжирования факторов

В этом случае регрессионная зависимость спроса на  $i$ -ый вид продукции в период  $t$  определяем как

$$r_{it} = a_{i0} + a'_{i0} d + a_{i1} C_{2it} + a_{i2} r_{i,t-1} + a_{i3} t + \varepsilon_{it}, \quad (6)$$

где  $d$  — переменная, которая принимает два значения: 1 — если наблюдение  $t$  относится к зимнему периоду, 0 — в противном случае;

$a_{i0}$  — постоянное потребление;

$a'_{i0}$  — изменение потребления по сезонам;

$a_{i1}$ ,  $a_{i2}$ ,  $a_{i3}$  — коэффициенты, учитывающие влияние факторов, таких как цена на данный товар, спрос на данный товар в предыдущем периоде, переменная времени;

$\varepsilon_{it}$  — некоторая дополнительная неучтенная случайная величина спроса на товар.

Величина  $\varepsilon_{it}$  представляет собой результат влияния на спрос не учтенных в модели факторов. Многие из этих факторов влияют на значение спроса в противоположных направлениях. Поэтому можно принять предположение о том, что математическое ожидание случайных возмущений на любой вид продукции в любой момент времени равно нулю.

Некоторые, или даже все факторы, включенные в модель, могут существенно влиять друг на друга, а не только на спрос. Например, повышение цены на данную продукцию приводит к снижению спроса на неё, а значит к повышению спроса на конкурирующие взаимозаменяемые товары, что приводит к снижению цен на них. Кроме того, некоторые факторы могут воздействовать на спрос не по отдельности, а в совокупности в виде, например, некоторой линейной комбинации  $\sum_i a_i x_i$ .

Данное явление хорошо известно в регрессионном анализе и носит название мультиколлинеарность. Как известно [5], данное явление крайне негативно влияет на показатели модели, снижая точность полученных результатов.

К преимуществам представления спроса в виде регрессии можно отнести также тот факт, что оцененное с помощью регрессионной зависимости значение спроса является более эффективным, чем наблюдаемое [4].

Записывая регрессионную зависимость спроса (б) для каждого  $i$ -го вида продукции, хранимого на одном складе, получаем систему уравнений, которая представляет стохастическую модель спроса по данному складу. Зависимости, входящие в систему, связаны тем, что случайные возмущения ( $\varepsilon_{it}$ ) между спросом на различные виды продукции сильно коррелированы, так как отражают влияние одних и тех же факторов.

Для проверки работы данной модели были проведены исследования спроса на определенные типы продукции. Исследования проводили в ЧП „Баядера”.

Предприятие „Баядера” — большая производственно-торговая компания, которая занимается дистрибьюцией (т.е. закупкой и перепродажей товаров). Предметом деятельности предприятия является торгово-закупочная деятельность, оптовая и розничная торговля ликероводочными изделиями, разнообразными соками и напитками. Закупка разных товаров зависит от остатка на складах продукции.

Одной из основных проблем предприятия являются большие затраты на хранение товара на складах. Поэтому, чтобы снизить эти затраты, предприятие должно знать оптимальный объем закупок (складского запаса), который зависит от спроса.

Имеющиеся для построения регрессии данные представляют собой спрос на каждое наименование продукции и стоимость их покупки на протяжении восьми периодов (кварталов). Для упрощения расчётов сгруппируем однородную продукцию в четыре типа. К первому типу отнесём крепкие алкогольные напитки (водка и коньяк), ко второму типу — вино, к третьему — игристое вино и к четвёртому — безалкогольные напитки (соки). Существующие значения спроса на эти типы продукции представлены на рис. 2 (кривые 1, 2, 3 и 4).

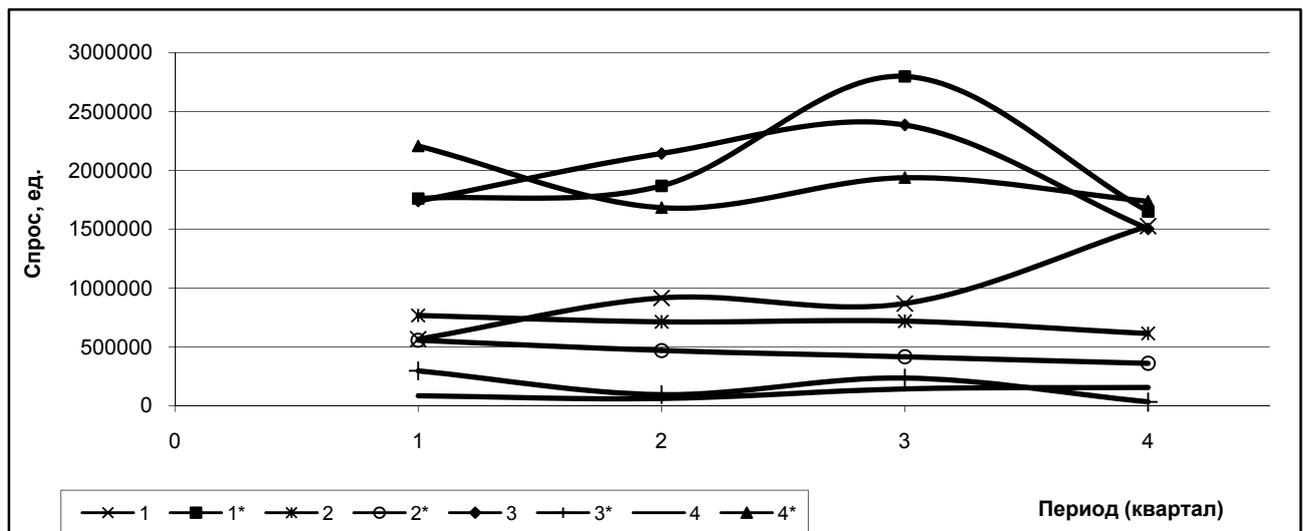


Рис. 2. Зависимость величины существующего (а) и прогнозируемого (б) спроса от периода времени:

- а) 1 — крепкие алкогольные напитки; 2 — вино; 3 — игристое вино; 4 — соки.  
 б) 1\* — крепкие алкогольные напитки; 2\* — вино; 3\* — игристое вино; 4\* — соки.

Цену единицы продукции для каждого типа определим как среднюю для всех видов, входящих в этот тип. Аналогично определим спрос на продукцию каждого типа.

При выполнении регрессионного анализа исходные данные корректируем так, чтобы они имели размерность одного порядка. С этой целью скорректируем поквартальный спрос, выразив его в сотнях тысяч единиц продукции. Зададимся уровнем значимости в 10% для всех последующих проверок.

Количество наблюдений уменьшим на единицу, начиная отсчёт со второго, так как один из столбцов представляет собой значение спроса в предыдущий период.

Используя существующие способы оценки параметров уравнения регрессии, исходные данные уравнений и расчеты в универсальном математическом пакете MathCad, получим уравнение (6) для каждого типа продукции ( $r_1$  — крепкие алкогольные напитки;  $r_2$  — вино;  $r_3$  — игристое вино;  $r_4$  — соки) в следующем виде:

$$r_1 = 9,032X_{i,1} + 4,149X_{i,2} - 3,601X_{i,3},$$

где  $X_{i,1}$ ,  $X_{i,2}$ ,  $X_{i,3}$  — факторы, представляющие собой линейные комбинации исходных переменных.

$$X_{i,1} = 1, X_{i,2} = 0,105X_{zi,1} + 0,836X_{zi,2} + 0,539X_{zi,3};$$

$$X_{i,3} = 0,742X_{zi,1} + 0,295X_{zi,2} - 0,602X_{zi,3},$$

где  $X_{zi,1}$ ,  $X_{zi,2}$ ,  $X_{zi,3}$ ,  $X_{zi,4}$  — преобразованные значения переменных.

$$X_{zi,1} = \frac{C_{i-1} - \bar{X}_1}{\sigma_1}, X_{zi,2} = \frac{r_{i-1} - \bar{X}_2}{\sigma_2}, X_{zi,3} = \frac{t_{i-1} - \bar{X}_3}{\sigma_3}.$$

$$r_2 = 7,547X_{i,1} + 1,09X_{i,2} + 1,958X_{i,3};$$

$$X_{i,1} = 1, X_{i,2} = 0,699X_{zi,1} - 0,189X_{zi,2} - 0,605X_{zi,3} - 0,33X_{zi,4};$$

$$X_{i,3} = -0,238X_{zi,1} - 0,67X_{zi,2} + 0,284X_{zi,3} - 0,643X_{zi,4};$$

$$X_{zi,1} = \frac{d_{i-1} - \bar{X}_1}{\sigma_1}, X_{zi,2} = \frac{C_{i-1} - \bar{X}_2}{\sigma_2}, X_{zi,3} = \frac{r_{i-1} - \bar{X}_3}{\sigma_3}, X_{zi,4} = \frac{t_{i-1} - \bar{X}_4}{\sigma_4}.$$

$$r_3 = 19,626X_{i,1} - X_{i,3} - X_{i,4};$$

$$X_{i,1} = 1, X_{i,3} = C_{i-1}, X_{i,4} = r_{i-1}.$$

$$r_4 = 20,253X_{i,1} - 10,924X_{i,2} + 3,785X_{i,3} - 3,03X_{i,4};$$

$$X_{i,1} = 1, X_{i,2} = -0,064X_{zi,1} + 0,762X_{zi,2} + 0,538X_{zi,3} - 0,354X_{zi,4};$$

$$X_{i,3} = 0,421X_{zi,1} - 0,214X_{zi,2} - 0,21X_{zi,3} - 0,856X_{zi,4};$$

$$X_{i,4} = 0,53X_{zi,1} + 0,569X_{zi,2} - 0,573X_{zi,3} + 0,259X_{zi,4}.$$

$$X_{zi,1} = \frac{d_{i-1} - \bar{X}_1}{\sigma_1}, X_{zi,2} = \frac{C_{i-1} - \bar{X}_2}{\sigma_2}, X_{zi,3} = \frac{r_{i-1} - \bar{X}_3}{\sigma_3}, X_{zi,4} = \frac{t_{i-1} - \bar{X}_4}{\sigma_4}.$$

Решая данные уравнения, определим прогнозируемый спрос на каждый тип продукции. Результаты расчета представим в следующем виде:

$$\hat{r}_1 = \begin{pmatrix} 15,253 \\ 17,133 \\ 19,14 \\ 21,204 \\ 23,289 \end{pmatrix}, \hat{r}_2 = \begin{pmatrix} 6,131 \\ 5,565 \\ 4,691 \\ 4,15 \\ 3,594 \end{pmatrix}, \hat{r}_3 = \begin{pmatrix} 1,547 \\ 2,959 \\ 0,937 \\ 2,349 \\ 0,317 \end{pmatrix}, \hat{r}_4 = \begin{pmatrix} 15,021 \\ 22,066 \\ 16,823 \\ 19,39 \\ 17,361 \end{pmatrix}.$$

Отообразим значения прогнозируемого спроса по каждому типу продукции на рис. 2.

Анализ результатов показывает, что в прогнозируемом периоде спрос изменится. Это позволит предприятию избежать излишка и дефицита продукции на складе. В результате чего сократятся затраты на хранение этой продукции.

Для определения оптимальных объемов закупки необходимо знать количество запасов в начале планирования. Будем считать, что к началу планирования на складе не было запасов. Это условие равносильно тому, что объем спроса и предложения в нулевом периоде

совпадали. Так как важна только разность этих величин, то сами их значения можно взять произвольным образом. Для простоты будем считать, что они равны нулю.

Прогнозируемую цену покупки представим в следующем виде:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 22,75 & 21,55 & 20,34 & 19,14 \\ 0 & 6,55 & 6,68 & 6,81 & 6,94 \\ 0 & 15,12 & 15,73 & 16,34 & 16,96 \\ 0 & 1,96 & 1,98 & 2,01 & 2,04 \end{pmatrix}.$$

Прогнозируемое значение спроса для всех типов продукции объединим в одну матрицу и представим в следующем виде:

$$r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17,133 & 19,14 & 21,204 & 23,289 \\ 0 & 5,565 & 4,691 & 4,15 & 3,594 \\ 0 & 2,959 & 0,937 & 2,349 & 0,317 \\ 0 & 22,066 & 16,823 & 19,39 & 17,361 \end{pmatrix}.$$

Для численного решения задачи необходимо задать начальные значения переменных, которые позволят осуществить поиск оптимального решения. Примем их такими, как показано ниже:

$$n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17 & 19 & 21 & 23 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 22 & 17 & 20 & 17 \end{pmatrix},$$

где  $n$  — объем закупок.

Спрос на продукцию в последующие четыре квартала представим в следующем виде:

$$n_{\text{оптим.}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17,603 & 18,678 & 27,997 & 16,5 \\ 0 & 5,58 & 14,833 & 4,025 & 3,606 \\ 0 & 2,96 & 1,007 & 2,67 & 0 \\ 0 & 22,078 & 16,811 & 19,391 & 17,376 \end{pmatrix}.$$

Итак, значение целевой функции затрат ( $Z(t)$ ) на хранение продукции, рассчитанное по формуле (4), составляет 15 400 грн.

### **Выводы**

Разработана стохастическая модель формирования спроса, которая отличается от существующих моделей тем, что учитывает влияние определённых факторов не только на величину спроса, но и друг на друга. В предлагаемой модели незначимые факторы не учитываются, что позволяет упростить ее. Применение такой модели позволит предприятию спрогнозировать спрос на продукцию, снизить затраты на ее хранение и, следовательно, ра-

ционально использовать собственный подвижной состав. Модель может быть применена для предприятий в сфере услуг.

### *Список литературы*

1. Нечаев Г.И. Технология и организация работы транспортно-складских систем. — Луганск: Издательство Восточноукраинского государственного университета, 1999. — 230 с.
2. Николайчук В.Е. Транспортно-складская логистика: Учебное пособие. — М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2005. — 452 с.
3. Мельник М.М. Экономико-математические методы и модели в планировании и управлении материально-техническим снабжением: Учеб. для экон. спец. вузов. — М.: Высш. шк., 1990. — 208 с.
4. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. — 6-е изд., перераб. и доп. — М.: Дело, 2004. — 576 с.

Стаття надійшла до редакції 24.10.07  
© Виноградов М.С., Фесенко Д.В., Мітіна Т.С., 2007